Департамент внутренней и кадровой политики Белгородской области

областное государственное автономное образовательное учреждение

среднего профессионального образования

«Красногвардейский сельскохозяйственный техникум»

 **Методическая разработка занятия**

**Тема урока «Решение показательных уравнений,**

**приводимых к квадратным методом замены переменной» , 11 группа**

**Профессии, общие для всех отраслей и должности служащих**

**Жидкова Оксана Тимофеевна - преподаватель**

25.04.2013г.,

г. Бирюч (Красногвардейский район)

**Урок-практикум**

Умственные занятия оказывают на человека такое же

благотворное влияние, какое солнце оказывает на

природу, они рассеивают мрачное настроение,

постоянно облегчают, согревают, поднимают дух.

 *В.Гумбольдт*

 **Цели:**

* формирование умений решения показательных уравнений, приводимых к квадратным методом замены переменных;
* формирование умений применять приемы переноса знаний в новую ситуацию;
* развитие логического мышления;
* воспитание трудолюбия, взаимопомощи, математической культуры.

**Оборудование:**

* раздаточные материалы;
* настенные таблицы: «Свойства степени», «Показательная функция», «Квадратная функция»;
* кодоскоп.

Студенты знакомы с определением показательных уравнений, методом уравнивания показателей (учебник А.Г. Мордковича «Алгебра и начала анализа. 10-11 кл.») и более сложных с помощью вынесения общего множителя за скобку. К этому моменту студенты хорошо усвоили свойства степени с действительным показателем, а также свойства показательной функции, что позволяет в конце урока перейти к решению уравнений с параметром. На данном уроке используется групповая форма работы. Студенты работают в группах по 4 человека, причем группы сформированы из студентов примерно одного уровня. Таким образом, на уроке достигается ситуация успеха для каждого, так как группам даются задания разного уровня сложности. Слабые студенты решают задания минимального уровня – стандарта, а сильные студенты решают конкурсные и олимпиадные задания.

В группе оформлен стенд «Применение показательных уравнений в науке и технике». Из него студенты узнают о применении показательных уравнений.

1. Цепные реакции в физике и химии.
2. Затухающие колебания в вязких средах и электромагнитных контурах.
3. Рост живых клеток.
4. Формула Циолковского для вычисления скоростей ракет.
5. Выброс адреналина в кровь и его разрушение.
6. Удержание тросом корабля.
7. Измерение возраста Земли.
8. **Оргмомент**
9. **Устная работа**

На этом этапе урока актуализируются опорные знания, необходимые студентам для решения задач урока.

С группой повторяется теорема, на основании которой решаются показательные уравнения, и акцентируется внимание на свойствах показательной функции.

Студенты также повторяют свойства степени и устно решают следующее упражнение:

Данные дроби представить в виде степени с натуральным основанием:

$\frac{1}{3}$; 0,2; 0,25; $\frac{1}{7}$; 0,125

Преподаватель записывает ответы студентов на доске, и они остаются перед глазами студентов до конца урока.

И еще один вопрос решается на данном этапе урока. Это вопрос о методе решения группы уравнений, написанных на доске:







Метод решения этих уравнений студентам уже хорошо знаком и не вызывает затруднений при его реализации (метод замены переменной).

Данные уравнения остаются записанными на доске также до конца урока.

1. **Проверка домашнего задания с помощью кодоскопа**

№ 1385 (задачник)

Студенты решили данное задание методом вынесения общего множителя за скобку.



это уравнение равносильно уравнению











Ответ: 

1. **Влияние нового метода решения уравнений**

При введении нового материала используется проблемный метод обучения. Студентам предлагается решить уравнение, которое они могут решить известными методами, из-за чего и возникает проблема. Как можно решить такое уравнение?



 Предположительный ответ студентов: «Вынесением общего множителя за скобку».



 Значит, 2х=0 или 

 Таким образом, уравнение 2х=0 не имеет корней. Объясните почему. (Областью значений показательной функции является множество положительных чисел). Студенты делают вывод, что приравнивание к нулю корней не даст, а другое уравнение решить не могут.

Имеет ли корни 

Студенты пробуют найти ответ и убеждаются, что известными методами решить это уравнение не возможно. Значит, цель урока – открыть еще один метод решения уравнений. Возвращаемся к домашнему заданию и подумаем, нельзя ли его решить другим методом. Способ замены переменных разбирается на знакомом студентам домашнем примере. Студентам задается вопрос: «Что вы заметили в условии задания?». Ответ: «Что во всех показателях степени встречается двучлен 2х2-3х», после чего студенты легко справляются с предложенным заданием. 

Студенты выдвигают свои гипотезы и решают уравнение методом замены переменной, сверяя его с образцом, показанным на кодоскопе.

$24∙3^{2х^{2}-3х-2}-2∙3^{2х^{2}-3х}+3^{2х^{2}-3х-1}=9,$

$24∙3^{2х^{2}-3х}3^{-2}-2∙3^{2х^{2}-3х}+3^{2х^{2}-3х}3^{-1}=9,$

Пусть $3^{2x^{2}-3x, }=t,где t>0,тогда$

24t$\frac{1}{9}-2t+\frac{1}{3}=9,$

$$\frac{8}{3}∙t-2t+\frac{1}{3}∙t=9$$

t=9, значит $3^{2x^{2}-3x}=9,$

$$3^{2x^{2}-3x}=3^{2},$$

$$2x^{2}-3x=2$$

Далее также $х\_{1}=-\frac{1}{2}; х\_{1}=2.$

1. **Выход из затруднения**

Еще раз обращаем внимание на уравнения, записанные на доске. Каким образом нужно решать эти уравнения? (Заменой переменной они проводятся к квадратным.) Можно ли этим методом решить уравнение?

$2∙2^{2х}+7∙2^{х}-\frac{15}{4}$=0.

Преподаватель решает с помощью группы.

Пусть $2^{х}=t, где t>0, тогда$

$$2t^{2}+7t-\frac{15}{4}=0.$$

D=49-4$∙2∙\left(-\frac{15}{4}\right)=49+15=64;$

$$t\_{1,2}=\frac{-7\pm 8}{4},$$

$$t\_{1}=-\frac{15}{4}<0 не удовлетворяет условию,$$

$$t\_{2}=\frac{1}{4}$$

Значит $2^{х}$=$\frac{1}{4 }$; $2^{х}=2^{-2;}х=-2.$

Ответ: -2.

1. **Первичное закрепление**

№1369 (в, г) в группах низкого уровня.

в)$ 5^{2х+1}-26∙5^{х}+5=0$

$$5^{2х}∙5-26∙5^{х}=0$$

Пусть $5^{х}=t, где t>0, тогда$

$$5^{t^{2}}-26t+5=0,$$

D=169-25=144;

$$t\_{1,2}=\frac{13\pm 12}{5},$$

$$t\_{1}=5, t\_{2}=\frac{1}{5},$$

$$5^{x}=5, 5^{x}=\frac{1}{5}.$$

X=$\pm 1$

Ответ: $\pm 1.$

г) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2х}+\left(\frac{1}{3}\right)^{х-2}-162=0$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2х}+9∙\left(\frac{1}{3}\right)^{х}-162=0$$

Пусть $\left(\frac{1}{3}\right)^{х}=t, где t>0,$ тогда

$$t^{2}+9t-162=0$$

D=81+4$∙162=9∙81,$

$$t\_{1,2}=\frac{-9\pm 27}{2},$$

$$t\_{1}=-18 не удовлетворяет условию,$$

$$t\_{2}=9,$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x}=9$$

X= - 2$∙$

Ответ: -2.

Решения проверяются с помощью кодоскопа.

№ 1389 (а, б) в группах среднего уровня.

а)$ 2^{х^{2}+2-6х}-2^{7-2х-х^{2}}=3,5,$

$2^{х^{2+2х-6}}-2∙2^{6-2х-х^{2}}=3,5∙$

Пусть $2^{х^{2}+2х-6}=t, где t >0, тогда$

t-$2\frac{1}{t}-3.5=0,$

$2t^{2}-7t-4=0$,

D=49+32=81;

$$t\_{1,2}=\frac{7\pm 9}{4}$$

$$t\_{1}=4, t\_{2}=-\frac{1}{2}<0,$$

$$2^{x^{2+2x-6}}=2^{2},$$

$$x^{2}+2x-8=0,$$

$$D\_{1}=1+8=9,$$

$$x\_{1,2}=-1\pm 3;$$

$$x\_{1}=2; x\_{2}=-4.$$

Ответ: -4; 2.

б)$3^{2х^{2+х}}=26+3^{3-х-2^{х^{2}}},$

$$3^{2х^{2+х}}-27∙3^{-х-2х^{2}}=26$$

Пусть $3^{2х^{2+х}}=t, где t>0, тогда$

T =27$\frac{1}{t}$-26=0, после умножения на t получаем

$t^{2}$-26t-27=0,

$t\_{1}$=27; $t\_{2}=-1,$

$3^{2x^{2+x}}$=33,

$2^{x^{2}}+x-3$=0,

D=1+24=25;

$x\_{1,2}$=$\frac{-1\pm 5}{4}$,

$x\_{1}=-3/2$,

$x\_{2}$=1.

Ответ: -1,5; 1.

№ 7.210 (Сборник под редакцией М.И. Скавани) в группах высокого уровня

$5^{х-1}+5∙0,2^{х-2}$=26,

0,2$∙5^{х}+5∙25∙0,2^{х}=26$

$$5^{x}=t,t>0$$

0,2t + $\frac{125}{t}=26$⎸$∙t,$

0,2$t^{2}$-26t+125=0,

$$D\_{1}=13^{2}-0,2∙125=144;$$

$$t\_{1,2}=\frac{13\pm 12}{0,2},$$

$$t\_{1}=125,$$

$$х=3,$$

$$t\_{2}=5,$$

$5^{x}$=5,

х=1.

Ответ:1;3.

Физфак МГУ (2006г.)

$$3^{\frac{3х}{2}}-3^{3-\frac{х}{2}}=2∙3^{1+\frac{х}{2}}⎸∙3^{\frac{х}{2}>0}$$

$$3^{2х}-27=6∙3^{х}$$

$$3^{х}=t,t>0$$

$t^{2}$-6t-27=0

$$t\_{1}=9t\_{2}=-3 не удовлетворяет условиям$$

$$3^{х}=9$$

$3^{х}$=32

х=2

Ответ: 2.

Сложность этого задания состоит в следующем: чтобы уравнение стало квадратным, необходимо домножить на выражение с переменной, так как здесь это не приведет к расширению области определения, и мы не приобретем посторонние корни.

Самоконтроль и взаимоконтроль производится на группах при проговаривании каждого шага решений. Один из студентов выполняет решение на пленке для кодоскопа с целью последующего обсуждения хода решения со всей группой. Выясняется, чем этот пример отличается от предыдущих, какие трудности надо заметить перед его решением.

1. **Физкультминутка**

Выполняются 2-3 упражнения на восстановление мозгового кровообращения и снятие статистической нагрузки.

1. **Решение показательных уравнений с параметром**

Для активизации опорных знаний сделаем № 1394 устно.

а)$2^{х}=а,$

 а$\in \left(0;+\infty \right), свойство показательной функции$

б)$8^{3х+1}=а+3,$

 а$\in \left(-3;+\infty \right).$

в)$\sqrt[3]{3^{х}}=-а,$

 а$\in \left(-\infty ;0\right).$

г) ($\frac{1}{2})^{х}=а^{2}, значит а\ne 0.$

Вспомним также свойства квадратной функции по плакату. На предыдущем уроке было задано составить таблицу возможного расположения графика функции в зависимости от коэффициентов. При этом по настенной таблице проверяется эта часть домашнего задания.

В группах низкого и среднего уровня выполняется № 1395 (б).

$9^{х}+2а∙3^{х+1}+9=0,$

$$3^{х}=t,$$

$t^{2}+6at+9=0$.

1) D$<0 нет корней,$

$$D\_{1}=9a^{2\left(a^{2}-1\right)<0;}$$

A$\in \left(-1;1\right).$

2)$ t\_{1,2}<0$

$$\left\{\begin{array}{c}t\_{1}+t\_{2}=-6a<0 \\t\_{1}t\_{2}=9>0\end{array}\right.$$

Ответ: (-1;+$\infty ).$

Шаги в решении этого номера обговариваются устно. В группах повышенного уровня решаем пример из МГТУ им. Н.Э.Баумана (2003г.)

$$\left(р-4\right)9^{x}+\left(p+1\right)3^{x}+2p-1=0,$$

$$3^{x}=t,$$

$$\left(p-4\right)t^{2}+\left(p+1\right)t+2p-1=0$$

1)p=4, то

5t=1-8,

T= - $\frac{7}{5<0}$ нет корней.

2) D=$(p+1)^{2}-4\left(p-4\right)\left(2p-1\right)=-7p^{2}+38p-15;$

-$7p^{2}$+38p-15$<0,$

$$D\_{1=19^{2}}-7∙15=256;$$

$$p\_{1,2}=\frac{-19\pm 16}{-7}=5; \frac{3}{7},$$

p$\left(-\infty ;3/7\right)∪\left(5;+\infty \right)$

3) D=0,

$$p=5,$$

$$t^{2}+6t+9=0,$$

T=-3$<0,$

$$p=3/7.$$

$$-3\frac{4}{7}t^{2}+\frac{10}{7}t+\frac{6}{7}-1=0$$

$$t=\frac{1}{5}>0 не удовлетворяет условиям$$

4) $\left\{\begin{array}{c}t\_{1+}t\_{2}=-\frac{p+1}{p-4}<0;\\t\_{1}t\_{2}=\frac{2p-1}{p-4}>0, \end{array}\right.$оба корня отрицательные

$$p\in (-\infty ;-1)∪(4; +\infty )$$

$$Объединим все решения.$$

Ответ (-$\infty ;3/7)∪(4; +\infty )$

1. **Домашнее задание**

Необязательная творческая часть домашнего задания.

Написать представление на награждение показательных уравнений золотой медалью или нарисовать комикс, в котором просматривался бы алгоритм решения показательных уравнений.

1. **Итог урока**

С каким методом решения показательных уравнений мы сегодня познакомились?

В чем суть этого метода?

Можно ли назвать его универсальным для решения трансцендентных уравнений?

**Список литературы**

1.Башмаков М.И. Математика: 10 кл. Сборник задач: учеб. пособие. – М., 2004г.

2. Алимов Ш.А. Алгебра и начала анализа: 10-11 кл. Учебник. – М., 2008г.

3.Башмаков М.И. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 10 кл. – М., 2005г.

4.Михеев В.С Математика: учебное пособие для СПО. - Феникс, 2009г.